# Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Lundi 20 juin 2022

# Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Lundi 20 juin 2022

- en présence de $\vec{B}$ stationnaire :

- en présence de $\vec{B}$ stationnaire :
  - un courant $i$ permet de développer une force (Laplace) : création d'un moteur électrique

- en présence de $\vec{B}$ stationnaire :
  - un courant $i$ permet de développer une force (Laplace) : création d'un moteur électrique
  - un mouvement du conducteur permet de générer une tension (Faraday) : création d'un générateur électrique

- en présence de $\overrightarrow{B}$ stationnaire :
  - un courant $i$ permet de développer une force (Laplace) : création d'un moteur électrique
  - un mouvement du conducteur permet de générer une tension (Faraday) : création d'un générateur électrique
- ces phénomènes permettent la conversion d'énergie entre les formes électrique et mécanique

on va étudier

on va étudier

- le fonctionnement générateur :

on va étudier

- le fonctionnement générateur :
  - pour un rail de Laplace ; pour dégager les concepts et notions importantes

on va étudier

- le fonctionnement générateur :
  - pour un rail de Laplace ; pour dégager les concepts et notions importantes
  - pour une spire en rotation ; pour modéliser les alternateurs industriels

on va étudier

- le fonctionnement générateur :
    - pour un rail de Laplace ; pour dégager les concepts et notions importantes
    - pour une spire en rotation ; pour modéliser les alternateurs industriels
- le fonctionnement moteur :

on va étudier

- le fonctionnement générateur :
  - pour un rail de Laplace ; pour dégager les concepts et notions importantes
  - pour une spire en rotation ; pour modéliser les alternateurs industriels
- le fonctionnement moteur :
  - le rail de Laplace peut aussi (surtout) être utilisé en moteur, on étudiera en exercice ce mode de fonctionnement

on va étudier

- le fonctionnement générateur :
  - pour un rail de Laplace ; pour dégager les concepts et notions importantes
  - pour une spire en rotation ; pour modéliser les alternateurs industriels
- le fonctionnement moteur :
  - le rail de Laplace peut aussi (surtout) être utilisé en moteur, on étudiera en exercice ce mode de fonctionnement
  - on présentera quelques caractéristiques des moteurs industriels, en rotation

# Auto-induction

- on aura des courants variables dans un circuit électrique

# Auto-induction

- on aura des courants variables dans un circuit électrique
- comme en électrocinétique, il apparaîtra une fem d'auto-induction $e_{\text{auto}}$ due au champ magnétique créé par le courant variable dans le circuit lui-même

# Auto-induction

- on aura des courants variables dans un circuit électrique
- comme en électrocinétique, il apparaîtra une fem d'auto-induction $e_{\text{auto}}$ due au champ magnétique créé par le courant variable dans le circuit lui-même
- on l'a vue au chapitre précédent, on la caractérise par l'auto-inductance $L$

# Auto-induction

- on aura des courants variables dans un circuit électrique
- comme en électrocinétique, il apparaîtra une fem d'auto-induction $e_{\text{auto}}$ due au champ magnétique créé par le courant variable dans le circuit lui-même
- on l'a vue au chapitre précédent, on la caractérise par l'auto-inductance $L$
- En convention récepteur $e_{\text{auto}} = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, qu'on rajoute dans le circuit équivalent

1. Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

2. Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

# Point de vue mécanique

- courant stationnaire dans un circuit déformable initialement au repos, dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire

# Point de vue mécanique

- courant stationnaire dans un circuit déformable initialement au repos, dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ propulse la barre mobile

# Point de vue mécanique

- courant stationnaire dans un circuit déformable initialement au repos, dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ propulse la barre mobile
- loi de l'énergie cinétique $\Delta\mathscr{E}_{\mathrm{c}} = W$ : la barre reçoit un travail mécanique

# Point de vue mécanique

- courant stationnaire dans un circuit déformable initialement au repos, dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ propulse la barre mobile
- loi de l'énergie cinétique $\Delta\mathscr{E}_\text{c} = W$ : la barre reçoit un travail mécanique
- la puissance de la force de Laplace est (en négligeant le champ magnétique dû au courant induit)

# Point de vue mécanique

- courant stationnaire dans un circuit déformable initialement au repos, dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ propulse la barre mobile
- loi de l'énergie cinétique $\Delta\mathscr{E}_{\mathrm{c}} = W$ : la barre reçoit un travail mécanique
- la puissance de la force de Laplace est (en négligeant le champ magnétique dû au courant induit)

# Point de vue mécanique

- courant stationnaire dans un circuit déformable initialement au repos, dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ propulse la barre mobile
- loi de l'énergie cinétique $\Delta\mathscr{E}_\mathrm{c} = W$ : la barre reçoit un travail mécanique
- la puissance de la force de Laplace est (en négligeant le champ magnétique dû au courant induit)

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = i\ell B_0 v$$

# Point de vue électrique

qui fournit ce travail ?

- translation d'un conducteur dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire

# Point de vue électrique

qui fournit ce travail ?

- translation d'un conducteur dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- il apparaît une fem d'induction

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -B_0 \ell v,$$

(en négligeant l'auto-induction)

# Point de vue électrique

qui fournit ce travail ?

- translation d'un conducteur dans $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- il apparaît une fem d'induction

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -B_0 \ell v,$$

  (en négligeant l'auto-induction)
- le circuit reçoit la puissance :

$$\mathscr{P}_{\text{élec}} = -ei = B_0 \ell v i = \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}})$$

# Généralisation

on admet la généralisation de ces observations

# Généralisation

## Couplage électromécanique

La force de Laplace et les phénomènes d'induction permettent la conversion d'énergie entre les formes mécanique et électrique. Lors du déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique stationnaire, La somme de la puissance de la force de Laplace et de la puissance fournie par la force électromotrice d'induction est nulle :

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) + e_{\text{ind}} i = 0$$

Le fonctionnement du dispositif sera :

moteur pour $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) > 0$, soit $e_{\text{ind}} i < 0$,

générateur pour $e_{\text{ind}} i > 0$, soit $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) < 0$.

# Généralisation

## Couplage électromécanique

La force de Laplace et les phénomènes d'induction permettent la conversion d'énergie entre les formes mécanique et électrique. Lors du déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique stationnaire, La somme de la puissance de la force de Laplace et de la puissance fournie par la force électromotrice d'induction est nulle :

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) + e_{\text{ind}} i = 0$$

Le fonctionnement du dispositif sera :

moteur pour $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) > 0$, soit $e_{\text{ind}} i < 0$,

générateur pour $e_{\text{ind}} i > 0$, soit $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) < 0$.

☠ $e_{\text{ind}}$ ne contient par l'éventuelle force électromotrice d'auto-induction, $e_{\text{auto}}$ qui ne traduit pas un couplage électro-mécanique

# Généralisation

cette somme représente en fait la puissance totale de la force de Lorentz magnétique, $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(\vec{B})$, dont on sait qu'elle est nulle

# Généralisation

cette somme représente en fait la puissance totale de la force de Lorentz magnétique, $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(\vec{B})$, dont on sait qu'elle est nulle

- $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ est la composante de $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(\vec{B})$ due à la vitesse des électrons par rapport au conducteur : $\vec{v}$

# Généralisation

cette somme représente en fait la puissance totale de la force de Lorentz magnétique, $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(\vec{B})$, dont on sait qu'elle est nulle

- $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ est la composante de $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(\vec{B})$ due à la vitesse des électrons par rapport au conducteur : $\vec{v}$
- la fem d'induction est la manifestation de $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}}}(\vec{B})$ due à la vitesse d'entraînement des électrons par le conducteur : $\vec{V}$

# Équations couplées : cas général

on a un couplage entre le mouvement de la barre et le comportement électrique

- barre (masse $m$) soumise à $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ et à une autre force extérieure $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ somme vectorielle de celle d'un opérateur et d'éventuels frottements
- circuit de résistance totale $R$, d'auto-inductance $L$, avec une source idéale de tension, de fem $E$
- on note $e_{\text{ind}}$ la force électromotrice d'induction qui ne dépend que de $B_0$ et pas du champ propre

$$e_{\text{ind}} = -B_0 l \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

# Équations couplées : cas général

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_{\mathscr{L}a} + F_{\text{ext}} = i\ell B_0 + F_{\text{ext}}$$

équation électrique loi des mailles

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_{\mathscr{L}a} + F_{\text{ext}} = i\ell B_0 + F_{\text{ext}}$$

équation électrique loi des mailles

# Équations couplées : cas général

**équation mécanique** loi de la quantité de mouvement

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_{\mathscr{L}a} + F_{\text{ext}} = i\ell B_0 + F_{\text{ext}}$$

**équation électrique** loi des mailles

$$E = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} - e_{\text{ind}} = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} + B_0\ell\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_{\mathscr{L}a} + F_{\text{ext}} = i\ell B_0 + F_{\text{ext}}$$

équation électrique loi des mailles

$$E = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} - e_{\text{ind}} = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} + B_0\ell\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

- on a considéré le champ $\overrightarrow{B_0}$ uniforme sur tout le conducteur

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_{\mathscr{L}a} + F_{\text{ext}} = i\ell B_0 + F_{\text{ext}}$$

équation électrique loi des mailles

$$E = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} - e_{\text{ind}} = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} + B_0\ell\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

- on a considéré le champ $\overrightarrow{B_0}$ uniforme sur tout le conducteur
- les coefficients $L$ et $R$ varieront au cours du mouvement pour cette configuration

# Équations couplées : cas général

équation mécanique loi de la quantité de mouvement

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_{\mathscr{L}a} + F_{\text{ext}} = i\ell B_0 + F_{\text{ext}}$$

équation électrique loi des mailles

$$E = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} - e_{\text{ind}} = Ri + \frac{\mathrm{d}Li}{\mathrm{d}t} + B_0\ell\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

- on a considéré le champ $\overrightarrow{B_0}$ uniforme sur tout le conducteur
- les coefficients $L$ et $R$ varieront au cours du mouvement pour cette configuration
- on a négligé le champ magnétique induit devant $B_0$ pour la force de Laplace, ce ne sera pas le cas dans un canon électrique

# Cas particulier du fonctionnement générateur

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace
- $R$ représente la charge qu'on souhaite alimenter

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace
- $R$ représente la charge qu'on souhaite alimenter
- $i$ déterminée par l'équation électrique :

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace
- $R$ représente la charge qu'on souhaite alimenter
- $i$ déterminée par l'équation électrique :

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace
- $R$ représente la charge qu'on souhaite alimenter
- $i$ déterminée par l'équation électrique :

$$i = -\frac{B_0 \ell}{R} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

  due au mouvement imposé à la barre
- pour assurer $i = \mathrm{cste}$, il faut compenser $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ en exerçant :

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace
- $R$ représente la charge qu'on souhaite alimenter
- $i$ déterminée par l'équation électrique :

$$i = -\frac{B_0 \ell}{R} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

  due au mouvement imposé à la barre
- pour assurer $i = \text{cste}$, il faut compenser $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ en exerçant :

# Cas particulier du fonctionnement générateur

- $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ est motrice, $E = 0$
- on néglige $L$ pour un rail de Laplace
- $R$ représente la charge qu'on souhaite alimenter
- $i$ déterminée par l'équation électrique :

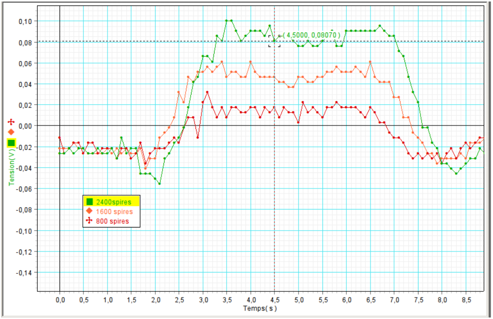
$$i = -\frac{B_0 \ell}{R} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

  due au mouvement imposé à la barre
- pour assurer $i = \text{cste}$, il faut compenser $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ en exerçant :

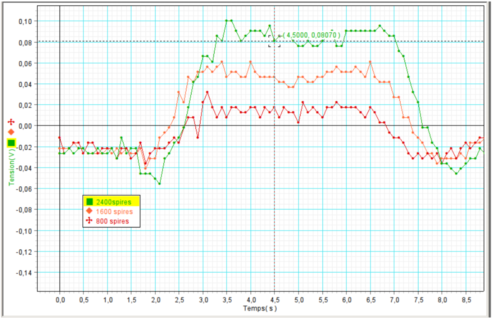
$$\overrightarrow{F_{\text{ext}}} = -\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}} = \frac{B_0^2 \ell^2}{R} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \overrightarrow{e_x}$$

- ici, connaître $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ permet de résoudre le système différentiel pour obtenir $x(t)$ et $i(t)$

# Cas particulier du fonctionnement générateur



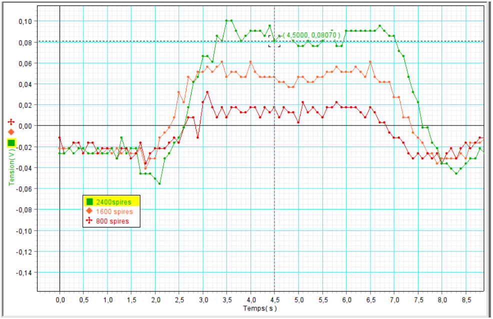
# Cas particulier du fonctionnement générateur




- pour une barre

$$|e_{\text{ind}}| = B_0 \ell v$$

# Cas particulier du fonctionnement générateur



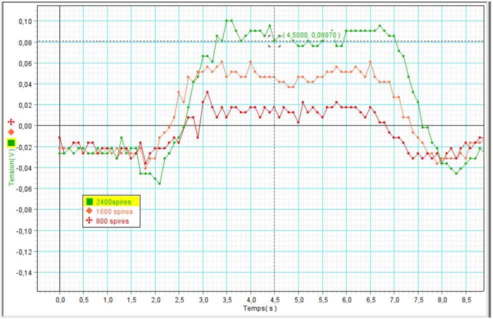

- pour une barre

$$|e_{\text{ind}}| = B_0 \ell v$$

- pour un cadre de $N$ spires dont seul un côté ressent $\overrightarrow{B_0}$

$$|e_{\text{ind}}| = N B_0 \ell v$$

# Cas particulier du fonctionnement générateur




- pour une barre

$$|e_{\text{ind}}| = B_0 \ell v$$

- pour un cadre de $N$ spires dont seul un côté ressent $\overrightarrow{B_0}$

$$|e_{\text{ind}}| = N B_0 \ell v$$

- pour $\ell \simeq 10\,\text{cm}$, $B_0 \simeq 10\,\text{mT}$, $v \simeq 5\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, on calcule :

$$|e_{\text{ind}}| = 0{,}12\,\text{V}$$

- on vérifie la proportionnalité avec le nombre de tours

# Bilan énergétique

# Bilan énergétique

# Bilan énergétique

couplage électromécanique

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = -\mathscr{P}_{\text{ind}} = -\frac{B_0^2\ell^2\dot{x}^2}{R}$$

électrique on multiplie la loi des mailles par $i$

# Bilan énergétique

couplage électromécanique

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = -\mathscr{P}_{\text{ind}} = -\frac{B_0^2\ell^2\dot{x}^2}{R}$$

électrique  on multiplie la loi des mailles par $i$

$$\mathscr{P}_{\text{Joule}} = \mathscr{P}_{\text{ind}}$$

mécanique  on multiplie la loi de la quantité de mouvement par $\dot{x}$

# Bilan énergétique

## couplage électromécanique

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = -\mathscr{P}_{\text{ind}} = -\frac{B_0^2 \ell^2 \dot{x}^2}{R}$$

**électrique** on multiplie la loi des mailles par $i$

$$\mathscr{P}_{\text{Joule}} = \mathscr{P}_{\text{ind}}$$

**mécanique** on multiplie la loi de la quantité de mouvement par $\dot{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_{\text{c}}}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) + \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}}) = -\mathscr{P}_{\text{Joule}} + \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}})$$

# Bilan énergétique

couplage électromécanique

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = -\mathscr{P}_{\text{ind}} = -\frac{B_0^2\ell^2\dot{x}^2}{R}$$

électrique  on multiplie la loi des mailles par $i$

$$\mathscr{P}_{\text{Joule}} = \mathscr{P}_{\text{ind}}$$

mécanique  on multiplie la loi de la quantité de mouvement par $\dot{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_{\text{c}}}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) + \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}}) = -\mathscr{P}_{\text{Joule}} + \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}})$$

- en régime stationnaire, $i = \mathrm{cste}$, $\dot{x} = \mathrm{cste}$ et la puissance $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}}) > 0$ est entièrement dissipée dans la charge $R$

# Bilan énergétique

## couplage électromécanique

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = -\mathscr{P}_{\text{ind}} = -\frac{B_0^2 \ell^2 \dot{x}^2}{R}$$

**électrique** on multiplie la loi des mailles par $i$

$$\mathscr{P}_{\text{Joule}} = \mathscr{P}_{\text{ind}}$$

**mécanique** on multiplie la loi de la quantité de mouvement par $\dot{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_{\text{c}}}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) + \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}}) = -\mathscr{P}_{\text{Joule}} + \mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}})$$

- en régime stationnaire, $i = \text{cste}$, $\dot{x} = \text{cste}$ et la puissance $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}}) > 0$ est entièrement dissipée dans la charge $R$
- $e_{\text{ind}}$ a un comportement générateur et $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ est résistive

# Bilan énergétique

- en régime stationnaire, $i = \mathrm{cste}$, $\dot{x} = \mathrm{cste}$ et la puissance $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\text{ext}}}) > 0$ est entièrement dissipée dans la charge $R$
- $e_{\text{ind}}$ a un comportement générateur et $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$ est résistive
- $\mathscr{P}_{\text{Joule}}$ croît comme $\dot{x}^2$

- le fonctionnement du rail est limité par sa longueur
- on utilise donc un dispositif en rotation pour obtenir un fonctionnement permanent

- une bobine de $N$ spires de surface $S$ en rotation dans le champ magnétique stationnaire $\overrightarrow{B_0}$ d'une paire de bobines de Helmholtz
- le flux de $\overrightarrow{B_0}$ à travers la bobine dépend de l'angle $\theta$

$$\Phi = NB_0 S\cos(\theta)$$

- il y a induction d'une force électromotrice dans la bobine en rotation
- l'auto-induction n'est plus négligeable a priori : le flux du champ propre est $Li$, indépendant de $\theta$

- une bobine de $N$ spires de surface $S$ en rotation dans le champ magnétique stationnaire $\overrightarrow{B_0}$ d'une paire de bobines de Helmholtz
- le flux de $\overrightarrow{B_0}$ à travers la bobine dépend de l'angle $\theta$

$$\Phi = NB_0 S \cos(\theta)$$

- il y a induction d'une force électromotrice dans la bobine en rotation
- l'auto-induction n'est plus négligeable a priori : le flux du champ propre est $Li$, indépendant de $\theta$

on utilise ici des contacts glissants pour se brancher aux bornes de la bobine en rotation

# Équations couplées

# Équations couplées

- la bobine est branchée sur une charge $R$

# Équations couplées

- la bobine est branchée sur une charge $R$
- son moment d'inertie par rapport à $\Delta$ est $J$, on note $\mathscr{M}_{/\Delta}(\text{ext})$ le moment résultant extérieur (opérateur et frottements)

# Équations couplées

- la bobine est branchée sur une charge $R$
- son moment d'inertie par rapport à $\Delta$ est $J$, on note $\mathscr{M}_{/\Delta}(\text{ext})$ le moment résultant extérieur (opérateur et frottements)
- le moment résultant de la force de Laplace est :

# Équations couplées

- la bobine est branchée sur une charge $R$
- son moment d'inertie par rapport à $\Delta$ est $J$, on note $\mathscr{M}_{/\Delta}(\mathrm{ext})$ le moment résultant extérieur (opérateur et frottements)
- le moment résultant de la force de Laplace est :

# Équations couplées

- la bobine est branchée sur une charge $R$
- son moment d'inertie par rapport à $\Delta$ est $J$, on note $\mathscr{M}_{/\Delta}(\text{ext})$ le moment résultant extérieur (opérateur et frottements)
- le moment résultant de la force de Laplace est :

$$\mathscr{M}_{/\Delta}(\mathscr{L}a) = -NSiB_0 \sin(\theta)$$

# Équations couplées

équation électrique loi des mailles

# Équations couplées

équation électrique loi des mailles

# Équations couplées

équation électrique loi des mailles

$$Ri = e_{\text{ind}} + e_{\text{auto}} = NB_0 S \sin(\theta)\dot{\theta} - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

avec $e_{\text{ind}}$ la fem d'induction et $e_{\text{auto}}$ la fem d'auto-induction (en convention générateur)

équation mécanique théorème du moment cinétique

# Équations couplées

équation électrique loi des mailles

$$Ri = e_{\text{ind}} + e_{\text{auto}} = NB_0 S \sin(\theta)\dot{\theta} - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

avec $e_{\text{ind}}$ la fem d'induction et $e_{\text{auto}}$ la fem d'auto-induction (en convention générateur)

équation mécanique théorème du moment cinétique

# Équations couplées

équation électrique loi des mailles

$$Ri = e_{\text{ind}} + e_{\text{auto}} = NB_0 S \sin(\theta)\dot{\theta} - L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

avec $e_{\text{ind}}$ la fem d'induction et $e_{\text{auto}}$ la fem d'auto-induction (en convention générateur)

équation mécanique théorème du moment cinétique

$$J\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = \mathcal{M}_{/\Delta}(\mathcal{L}a) + \mathcal{M}_{/\Delta}(\text{ext}) = -NSiB_0 \sin(\theta) + \mathcal{M}_{/\Delta}(\text{ext})$$

# Bilan énergétique

couplage énergétique on retrouve

$$\mathscr{P}(\mathscr{L}a) = \mathscr{M}_{/\Delta}(\mathscr{L}a)\dot{\theta} = -NSiB_0\sin(\theta)\dot{\theta} = -e_{\text{ind}}i = -\mathscr{P}_{\text{ind}}$$

# Bilan énergétique

couplage énergétique on retrouve

$$\mathscr{P}(\mathscr{L}a) = \mathscr{M}_{/\Delta}(\mathscr{L}a)\dot{\theta} = -NSiB_0\sin(\theta)\dot{\theta} = -e_{\text{ind}}i = -\mathscr{P}_{\text{ind}}$$

électrique on multiplie la loi des mailles par $i$

$$\mathscr{P}_{\text{Joule}} + \frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Li^2}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}_{\text{ind}}$$

# Bilan énergétique

couplage énergétique on retrouve

$$\mathscr{P}(\mathscr{L}a) = \mathscr{M}_{/\Delta}(\mathscr{L}a)\dot{\theta} = -NSiB_0\sin(\theta)\dot{\theta} = -e_{\text{ind}}i = -\mathscr{P}_{\text{ind}}$$

électrique on multiplie la loi des mailles par $i$

$$\mathscr{P}_{\text{Joule}} + \frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Li^2}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}_{\text{ind}}$$

mécanique on multiplie le théorème du moment cinétique par $\dot{\theta}$

$$\frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}_{\text{ext}} + \mathscr{P}(\mathscr{L}a)$$

# Fonctionnement en alternateur

- on impose une rotation à $\dot{\theta} = \mathrm{cste} \equiv \omega$

# Fonctionnement en alternateur

- on impose une rotation à $\dot{\theta} = \mathrm{cste} \equiv \omega$
- en régime sinusoïdal établi : $\frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Li^2}{\mathrm{d}t}$ et $\frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2}{\mathrm{d}t}$ sont nuls en moyenne temporelle

# Fonctionnement en alternateur

- on impose une rotation à $\dot{\theta} = \mathrm{cste} \equiv \omega$
- en régime sinusoïdal établi : $\dfrac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Li^2}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2}{\mathrm{d}t}$ sont nuls en moyenne temporelle

# Fonctionnement en alternateur

- on impose une rotation à $\dot{\theta} = \mathrm{cste} \equiv \omega$
- en régime sinusoïdal établi : $\frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}Li^2}{\mathrm{d}t}$ et $\frac{\mathrm{d}\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2}{\mathrm{d}t}$ sont nuls en moyenne temporelle :

$$<\mathscr{P}_{\text{Joule}}>=<\mathscr{P}_{\text{ext}}>$$

- de même :

$$\underline{I_m} = \frac{\omega N S B_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

la puissance fournie au dipôle récepteur, $RI_m^2/2$, croît avec $\omega$.

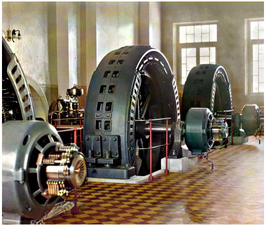
# Utilisation

en pratique, on fait plutôt tourner un dipôle magnétique (rotor) dans une bobine fixe (stator) aux bornes de laquelle on récupère la tension induite, on n'a plus B stationnaire mais le principe est le même

# Utilisation


- la rotation d'un aimant dans un bobine produit une tension alternative
- amplitude de quelques V, variable avec la vitesse du vélo

# Utilisation



- le rotor est une bobine alimentée en continu
- une turbine à eau ou vapeur entraîne le rotor
- une tension est induite dans le stator ($\simeq 20\,$kV), les installations peuvent fournir jusqu'à $\simeq 1\,$GW
- on peut utiliser plusieurs stators pour un fonctionnement triphasé
- on peut utiliser plusieurs bobines dans une machine multipolaire (pour travailler à vitesse plus faible)

# Observations

- un conducteur massif se déplace dans un champ $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire

# Observations

- un conducteur massif se déplace dans un champ $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- il apparaît des courants induits

# Observations

- un conducteur massif se déplace dans un champ $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- il apparaît des courants induits
- la résultante des forces de Laplace qu'ils subissent s'oppose au mouvement qui leur donne naissance (loi de Lenz)

# Observations

- un conducteur massif se déplace dans un champ $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- il apparaît des courants induits
- la résultante des forces de Laplace qu'ils subissent s'oppose au mouvement qui leur donne naissance (loi de Lenz)
- on peut prédire un freinage, même sans décrire précisément la géométrie de ces courants

# Observations

- un conducteur massif se déplace dans un champ $\overrightarrow{B_0}$ stationnaire
- il apparaît des courants induits
- la résultante des forces de Laplace qu'ils subissent s'oppose au mouvement qui leur donne naissance (loi de Lenz)
- on peut prédire un freinage, même sans décrire précisément la géométrie de ces courants
- on peut limiter ce freinage en empêchant l'établissement de courants à grande échelle (encoches)

1. Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

2. Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

# Énoncé

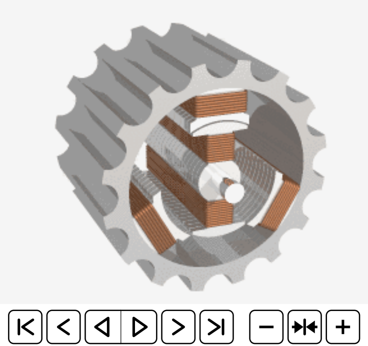
On reprend le dispositif précédent, avec $E = \text{cste} \neq 0$, $R \neq 0$ et $\overrightarrow{F_{\text{ext}}}$ une force de frottement solide, de norme $F$ constante. La barre est initialement immobile, sa vitesse sera donc toujours dirigée selon $+\overrightarrow{e_x}$.

1. Établir les équations différentielles couplées mécanique et électrique vérifiées par $i$ et $x$, en déduire l'expression de $i$ en fonction de $\dot{x}$
2. Commenter les variations de $\|\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}\|$ avec $\dot{x}$.
3. Comparer l'expression et le signe des puissances :
   - de la force de Laplace
   - fournie par la force électromotrice d'induction
   - fournie par le générateur
4. Déterminer la solution pour $\dot{x}(t)$ vérifiant la condition initiales $\dot{x}(0) = 0$ et celle de $i(t)$.
5. Estimer des ordres de grandeur de la vitesse atteinte dans l'expérience et de l'intensité maximale $i_0$. On prendra $B_0 = 10\,\text{mT}$. Commenter. Estimer également la vitesse asymptotique $v_\infty$ en négligeant le frottement solide.
6. Estimer l'ordre de grandeur du champ magnétique propre $B_p$. En déduire la pertinence des approximations.

# Énoncé

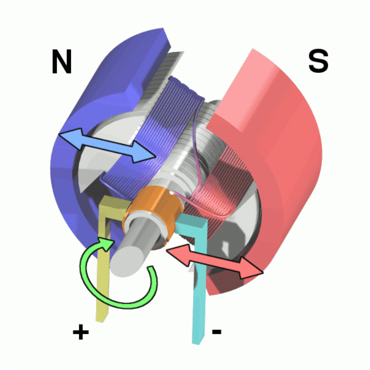
ici connaître $E$ permet de déterminer $x(t)$ et $i(t)$

# Moteur synchrone



- analogue à l'alternateur, le rotor est une bobine alimentée en continu
- champ tournant dans le stator, triphasé le plus souvent
- la tension alternative dans le stator permet au rotor de tourner à la même vitesse

# Moteur à courant continu




- le champ magnétique est stationnaire
- le rotor est une bobine alimentée en continu
- la polarité du rotor change à chaque 1/2 tour
- la vitesse de rotation est croissante avec l'intensité du champ de l'aimant, du courant dans le rotor

# Moteur asynchrone

- le rotor est une bobine non alimentée
- le stator crée un champ tournant
- le courant dans le rotor est induit par le champ tournant
- il est nécessaire que les vitesses du rotor et du stator soient différentes pour qu'il y ait du courant dans le rotor

# Indispensable

- établissement des équations couplées
- relation $\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) + e_{\text{ind}} i = 0$ (en convention générateur)
- interprétations qualitatives des exemples
- bilans énergétiques